Конспект открытого занятия

Руководитель объединения «Юный математик» Васина Д.А.

Тема занятия: «Решение задач с помощью систем уравнений на сплавы и смеси»

Цели занятия: Образовательные:

1.Создание условий для систематизации, обобщения и углубления знаний учащихся при решении текстовых задач.

2.Повышение практической направленности предмета через решение практических задач.

Воспитательные:

3.Формирование математической грамотности учащихся.

Развивающие:

4.Развитие навыков логического, творческого мышления, сообразительности и наблюдательности.

Оборудование занятия: компьютер; компьютерная презентация в программе Power Point; мультимедиапроектор; экран; раздаточный материал; вебкамера

План занятия:

1. Организационный момент
2. Сообщение темы занятия
3. Устная разминка
4. Фронтальная письменная работа
5. Способы решения задач
6. Практическая часть занятия
7. Самостоятельное решение
8. Итог занятия

Ход занятия

1.Организационный момент

2. Сообщение темы занятия

Здравствуйте! Итак, начинаем занятие со слов Пифагора **“Не делай никогда того, чего не знаешь, но научись всему, что следует знать.** Человеку приходится часто смешивать различные жидкости, порошки, газообразные и твердые вещества, или разбавлять что-то водой. Начнем наше занятие с повторения понятий, необходимых нам для сегодняшнего занятия. Для этого вы должны разгадать небольшой кроссворд. Внимание на экран.

3. Устная разминка

1. Сотая часть числа называется …*(процент)*
2. Частное двух чисел называют …*(отношение)*
3. Верное равенство двух отношений называют …*(пропорция)*
4. В химии определение этого понятия звучало бы так: гомогенная смесь, образованная не менее чем двумя компонентами … *(раствор)*. Один из которых называется растворителем, а другой растворимым веществом.
5. Отношение массы растворимого вещества к массе раствора называют массовой долей вещества в растворе или …*(концентрация)*

Кроссворд:

		1.	п	р	О	ц	е	н	т					
	2.	о	т	н		ш	е	н	и	е				
3.	п	р	о	п		р	ц	и	я					
р	а	с	т	в		р								
			5.	к		н	ц	е	н	р	а	ц	и	я

Соотнести проценты и соответствующие им дроби: 3% - 0,03; 24% - 0,24; 157% - 1,57; 0,7% - 0,007; 30% - 0,3 45%- 0,45

45%	3%	0,7%	157%	24%	30%
0,007	1,57	0,45	0,3	0,03	0,24

4. Фронтальная письменная работа

1. Найти 25 % от 56
2. Сколько % составит 30 от 75?
3. Найдите число, 20% которого равны 12.
4. Какое число, увеличенное на 13% составит 339 ?
5. На сколько % число 150 больше числа 120?
6. В магазине А цену на товар сначала увеличили на 30%, затем снизили на 30%. В магазине Б - снизили на 30 %, затем увеличили на 30%. Где выгодно совершить покупку?

5. Способы решения задач

Все эти понятия «процент», «отношение, «пропорция», «концентрация» связаны с задачами на смеси, сплавы и растворы.

Используя эти ключевые слова, сформулируйте тему занятия.

-Решение задач на проценты, растворы(смеси, сплавы).

Какова же цель занятия?

Рассмотреть различные подходы к решению задач на смеси и растворы. Научиться решать задачи на проценты и растворы.

В школьной программе почти не рассматриваются задачи на смеси, сплавы и растворы, решение которых связано с понятиями «концентрация», «процентное содержание».

Текстовые задачи на проценты, смеси, сплавы включены в работы по математике ОГЭ и ГИА. Вы уже встретились с ними при выполнении тренировочной работы в системе СтатГрад и на олимпиаде. Проблем при решении возникает не мало. Долей (концентрацией, процентным содержанием) $\boldsymbol{\alpha}$ основного вещества в смеси будем называть отношение массы основного вещества $\boldsymbol{m}$ в смеси к общей массе смеси $\boldsymbol{M}$**:**

$$\boldsymbol{\alpha = \frac{m}{M} \cdot (100\%)} \qquad \boldsymbol{m = \frac{\alpha \cdot M}{100\%}}$$

Эта величина может быть выражена либо в долях единицы, либо в процентах.

В большинстве случаев задачи на смеси и сплавы становятся нагляднее, если при их решении использовать схемы, рисунки, таблицы. Современные психологи утверждают, что решение одной задачи несколькими способами часто бывает более полезным, чем решение одним способом нескольких задач. Поэтому мы с вами рассмотрим несколько способов решения задач на смеси и сплавы.

Рассмотрим следующие способы решения задач:

1.С помощь таблицы.
2. С помощью схемы.
3. Решение задач с помощью системы уравнений
4. С помощью приравнивания равных площадей
5.Старинный способ решения задач. (Метод рыбки).

I. Рассмотрим решения задач с применением таблицы.

Таблица для решения задач имеет вид.

Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов	% содержание вещества (доля содержания вещества)	Масса раствора (смеси, сплава)	Масса вещества

Задача №1 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй- 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 г, содержащий 25% никеля. На сколько граммов масса первого сплава меньше массы второго?

Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов	% содержание меди (доля содержания вещества)	Масса раствора (смеси, сплава)	Масса вещества
Первый сплав	*10%=0,1*	*хг*	*0,1х*
Второй раствор	*30%=0,3*	*(200 – х)г*	*0,3*(200–х)=60–0,3х*
Получившийся раствор	*25%=0,25*	*200 г*	*200*0,25=50*

Сумма масс никеля в двух первых сплавах (то есть в первых двух строчках) равна массе никеля в полученном сплаве (третья строка таблицы):

$$0{,}1x + 60 - 0{,}3x = 50.$$

Решив это уравнение, получаем *х=50.* При этом значении *х* выражение 200 – *х=50.* Это означает, что первого сплава надо взять*50 г*, а второго *150г.*

150-50=100 г.

Ответ:100г.

II.Решение задач с помощью систем уравнений

Условно разделим сплав на никель и еще какой-то металл.

Пусть x кг масса первого сплава, y кг – второго.

Так как масса третьего сплава 200 кг, то получим уравнение $x + y = 200$.

Масса никеля в первом сплаве (0,1x) кг, во втором – (0,3y) кг, а в новом - 200·0,25=50 кг. Получим второе уравнение $0{,}1x + 0{,}3y = 50$.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 200, \\ 0{,}1x + 0{,}3y = 50. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 - y, \\ x + 3y = 500. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 - y, \\ 200 - y + 3y = 500. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50, \\ y = 150. \end{cases}$$

50 кг – масса первого сплава.

150 кг – масса второго сплава.

150 – 50 = 100 (кг)

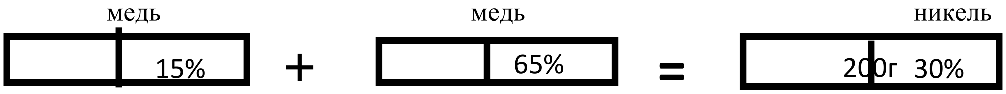
Ответ: на 100 кг.

III. Рассмотрим решение этой же задачи с помощью следующей модели.

Изобразим каждый из растворов в виде прямоугольника, разбитого на два фрагмента (по числу составляющих элементов). Для того, чтобы показать, что происходит смешивание веществ поставим знак «+» между первым и вторым прямоугольниками, а знак «=» между вторым и третьим прямоугольниками показывает, что третий раствор получен в результате смешивания первых двух. Полученная схема имеет следующий вид:

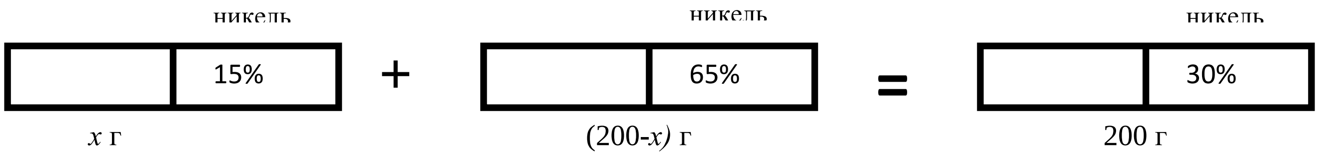
Рассматриваемый в задаче процесс можно представить в виде следующей модели- схемы:

Задача №2 Имеется два сплава меди и свинца. Первый сплав содержит 15% меди, второй- 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди.



Решение.

Пусть *хг* – масса первого сплава. Тогда, (200-***х***)г – масса второго сплава. Дополним последнюю схему этими выражениями. Получим следующую схему:



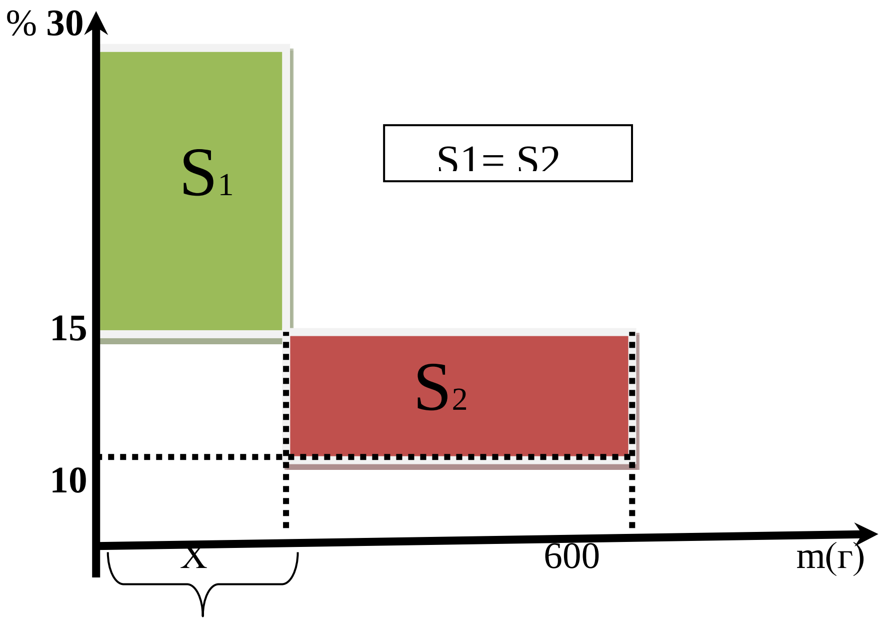
Сумма масс никеля в двух первых сплавах (то есть слева от знака равенства) равна массе никеля в полученном третьем сплаве (справа от знака равенства):

$$0{,}15x + 0{,}65 \cdot (200 - x) = 0{,}23 \cdot 200.$$

Решив это уравнение, получаем *х=140*. При этом значении *х* выражение 200-*х=60*. Это означает, что первого сплава надо взять 140г, а второго-60г.

IV. Решение задач с помощью приравнивания площадей равновеликих фигур.

Задача №3 Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10% раствором и получили 600 г. 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора надо было взять?



На оси х мы отмечаем массу растворов, на оси у процентное содержание растворов. Находим площади полученных прямоугольников и приравниваем их. В данной задаче нам неизвестна масса первого вещества. Обозначим её за хг., тогда масса второго вещества равна (600-х) г. Находим площади прямоугольников. S1=15x S2=5(600-x). Приравниваем эти площади. Решаем уравнение 15x=5(600-x). Получаем x=150 г- масса первого раствора.

Находим массу второго раствора 600-150=450г.

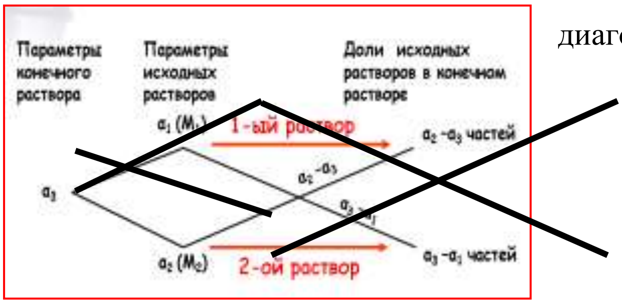
Ответ: 150г. 30%-го раствора и 450г. 10%-го раствора.

V. Старинный способ решения задач. (Метод рыбки)

Впервые о нем было упомянуто в первом печатном учебнике математики Леонтия Магницкого. Ввиду большой простоты предложенный способ применялся купцами и ремесленниками при решении различных задач. Но в задачниках и различных руководствах для мастеров и торговцев никаких обоснований и разъяснений не приводилось. Просто давался рецепт решения: либо словесно описывалась последовательность действий- поступай так и получишь ответ.

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\alpha_2-\alpha_3}{\alpha_3-\alpha_1}$$

Задача №4 Сплавили два слитка серебра: 75г. 600-й пробы и 150г. 864-й пробы. Определите пробу получившегося сплава серебра.



Пусть проба сплава равна х. Составим диагональную схему.

600 (75г) **864-х**

864 (150г) **х-600**

Получаем $\frac{864-x}{x-600} = \frac{75}{150}$

1728-2х=х-600
-2х-х=-600+1728
3х=2328
х=776
Ответ: 776 проба

6.Практическая часть занятия

1. Имеется два раствора кислоты в воде, содержащие 40% и 60% кислоты. Смешав эти растворы и добавив 5 л воды, получили 20% раствор. Если бы вместо воды добавили 5 л 80%-го раствора, то получился бы 70% раствор. Сколько литров 60%-го раствора кислоты было первоначально?

Решение:

$$\begin{cases} Х•40+У•60+5•0=(5+Х+У)•20 \\ Х•40+У•60+5•80=(5+Х+У)•70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40Х+60У=100+20Х+20У \\ 40Х+60У+400=350+70Х+70У \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20Х+40У=100 \\ 30Х+10У=50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Х+2У=5, \quad Х=5-2У \\ 3Х+У=5 \end{cases}$$

3(5-2У)+У=5
15-6У+У=5
5У=10
У=2
Ответ: 60%-го раствора было 2л.

2. В ведре находится 10 л чистого спирта, а в баке – 20 л 75%-го спирта. Некоторое количество спирта из ведра переливают в бак, полученную смесь перемешивают и точно такое же количество смеси переливают обратно. В результате в ведре оказался 90%-ый раствор спирта. Сколько литров спирта перелили из ведра в бак?

Решение:

$$\begin{cases} 20 \cdot 75 + X \cdot 100 = (20+X) \cdot a \\ (100-X) \cdot 100 + X \cdot a = 10 \cdot 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1500+100X=20a+aX \\ 1000-100X+Xa=900 \end{cases}$$

Выполним сложение этих уравнений и получим:

20a+900=2500

20a=1600

a=80, это значение подставим в первое уравнение, и получим:

1500+100X-80X=1600

20X=100

X=5

Ответ: из ведра в бак перелили 5л. спирта.

3. От двух кусков сплава с массами 3 кг и 2 кг и с концентрацией меди 0,6 и 0,8 отрезали по куску равной массы. Каждый из отрезанных кусков сплавлен с остатком другого куска, после чего концентрация меди в обоих сплавах стала одинаковой. Какова масса каждого из отрезанных кусков?

Решение:

$$\begin{cases} X \cdot 0{,}6 + (2-X) \cdot 0{,}8 = 2a \\ X \cdot 0{,}8 + (3-X) \cdot 0{,}6 = 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}6X+1{,}6-0{,}8X=2a \\ 0{,}8X+1{,}8-0{,}6X=3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0{,}2X+1{,}6=2a \\ 0{,}2X=1{,}8=3a \end{cases}$$

Почленно сложим, и получим:

5a=3,4

a=0,68,

подставим во второе уравнение:

0,2X+1,8=3*0,68

0,2X=2,04*1,8

0,2X=0,24

X=1,2

Ответ: масса отрезанных кусков 1,2кг.

4. Латунь – сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 11 кг больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавили с 12 кг меди и получили латунь, в котором 75% меди. Сколько килограммов меди было в куске латуни первоначально?

Решение:

$$\begin{cases} X \cdot 100 + (X+11) \cdot 100 = (2X+11) \cdot a \\ (2X+11) \cdot a + 12 \cdot 100 = (2X+23) \cdot 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100X+100X+1100=2Xa+11a \\ \end{cases}$$

2Xa+11a+1200=150X+1725

$$\begin{cases} 200X+1100=2Xa+11a \\ 150X+1725-1200=2Xa+11a \end{cases}$$

Из первого уравнения вычтем второе:

50X+1100-150X-525=0

50X=575

X=11,5

11,5+11=22,5

Ответ: первоначально в куске латуни было 22,5кг меди.

5. Смешав 70% и 60% растворы кислоты, и добавив 2кг чистой воды, получили 50% раствор кислоты. Если бы вместо 2кг воды добавили 2кг 90% раствора той же кислоты, то получили бы 70% раствор кислоты. Сколько кг 70% раствора использовали для получения смеси?

Решение:

$$\begin{cases} X\bullet 70+У\bullet 60+2\bullet 0=(X+У+2)\bullet 50 \\ X\bullet 70+У\bullet 60+2\bullet 90=(X+У+2)\bullet 70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 70X+60У=50X+50У+100 \\ 70X+60У+180=70X+70У+140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20X+10У=100 \\ 10У=40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2X+У=10 \\ У=4 \end{cases}$$

2X+4=10

2X=6

X=3

Ответ: для получения смеси использовали 3кг 70%-й смеси.

6. Имеются два сосуда, содержащие 42кг и 6кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40%кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько кг кислоты содержится в первом растворе?

Решение:

$$\begin{cases} 42\bullet X+6\bullet У=48\bullet 40 \\ 24\bullet X+24\bullet У=48\bullet 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7X+У=320 \\ X+У=100 \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, получим:

6X=220

$X=\frac{110}{3}(\%)$

$42\bullet X:100=\frac{42*110}{3*100}=15,4$

Ответ: в первом растворе содержится 15,4кг кислоты.

7. Имеется два сосуда. Первый содержит 100кг, а второй – 50кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 28%

кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36% кислоты. Сколько кг кислоты содержится в первом сосуде?

Решение:

$$\begin{cases} 100 \cdot X + 50 \cdot У = 150 \cdot 28 \\ 75 \cdot X + 75 \cdot У = 150 \cdot 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2X + У = 84 \\ X + У = 72 \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, получим:

X=12(%)

100*12:100=12

Ответ: в первом сосуде содержится 12кг кислоты.

8. Имеются два сосуда, содержащие 4кг и 16кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получается раствор, содержащий 57% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60% кислоты. Сколько кг кислоты содержится в первом растворе?

Решение:

$$\begin{cases} 4X + 16У = 20 \cdot 57 \\ 10X + 10У = 20 \cdot 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X + 4У = 285 \\ X + У = 120 \end{cases}$$

3У = 165

У = 55

X = 120 – 55

X = 65

4 • 65 : 100 = 2,6

Ответ: в первом растворе содержится 2,6кг кислоты.

9. В одном сосуде находится 12 литров 35%-го (по объему) раствора кислоты, а в другом 8 литров 40%-го раствора той же кислоты. Из каждого сосуда отлили по одинаковому количеству литров, и взятое из первого сосуда вылили во второй, а взятое из второго вылили в первый. Сколько литров было взято из каждого сосуда, если процентное содержание кислоты в сосудах стало после этого одинаковым?

Решение:

$$\begin{cases} 12 \cdot 35 - X \cdot 35 + X \cdot 40 = 12 \cdot a \\ 8 \cdot 40 - X \cdot 40 + X \cdot 35 = 8 \cdot a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 420 + 5X = 12a \\ 320 - 5X = 8a \end{cases}$$

740 = 20a

a = 37

420 + 5X = 12•37

5X= 24

X = 4,8

Ответ: из каждого сосуда было взято 4,8 литров раствора кислоты.

10. Имеется два раствора серной кислоты в воде: первый 40% и второй 60%. Эти растворы смешали, после чего добавили 5кг чистой воды и получили 20%-й раствор. Если бы вместо 5кг чистой воды добавили 5кг 80%-го раствора, то получили бы 70%-й раствор. Сколько было 40%-го и 60%-го растворов?

Решение :

$$\begin{cases} 40X + 60У + 5 \cdot 0 = 20(X + У + 5) \\ 40X + 60У + 5 \cdot 80 = 70(X + У + 5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4X + 6У = 2X + 2У + 10 \\ 4X + 6У + 40 = 7X + 7У + 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X + 2У = 5 \\ -3X - У = -5 \end{cases}$$

$X = 1,\ У = 2$

Ответ: 40%-го раствора было 1кг, 60%-го – 2кг.

7. Самостоятельная работа

Итак, мы с вами разобрали несколько способов решения текстовых задач.
У вас на столах лежат карточки с задачами. Вы должны решить эти задачи любым подходящим и понравившемся вам способом.

Вариант 1

1.Имеется два сплава. Первый содержит 25% меди, второй 30% меди. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 28% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

1.Сплавили 2кг сплава цинка и меди, содержащего 20% цинка, и 6кг сплава цинка и меди, содержащего 40% цинка. Найдите процентную концентрацию меди в получившемся сплаве. Ответ: 65% меди.

Вариант 2

1.Имеется два сплава. Первый содержит 5% олова, второй 25% олова. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 250 кг, содержащий 20% олова. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

2.Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Вариант 3

1. При смешивании 30 процентного раствора серной кислоты с10 процентным раствором серной кислоты получилось 400 г 15 процентного раствора. Сколько граммов 30 процентного раствора было взято?

2.Имеются два сплава, в одном из которых содержится 10%, а в другом – 20% меди. Сколько нужно взять первого и второго сплавов, чтобы получить 15 кг нового сплава, содержащего 14% меди?

Ответ:9 кг и 6 кг.

Вариант 4

1.Имеется 2 сплава. Первый содержит 5% меди, второй -11% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 8 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в граммах.

2.Два слитка, один из которых содержит 35% серебра, а другой – 65 %, сплавляют и получают слиток массой 20 г, содержащий 47 % серебра. Чему равна масса каждого из этих слитков?

8. **Итог занятия. Домашнее задание.**

Шел мудрец, а я навстречу ему три человека, которые везли под горячим солнцем тележки с камнями для строительства. Мудрец остановился и задал вопрос каждому. У первого спросил: «А что ты делал целый день?». И тот с ухмылкой ответил, что целый день возил камни. У второго мудрец спросил: «А что ты делал целый день?», тот ответил: «А я добросовестно выполнил свою работу.» А третий улыбнулся, его лицо засветилось радостью и удовольствием: «А я принимал участие в строительстве храма!»

Сделайте для себя вывод, кто какую работу выполнил сегодня на занятии.

Вернёмся к поставленным в начале занятия целям. Какие из них вы выполнили? (дети отвечают)

- Молодцы, ребята, вы успешно справились с заданиями. Мне очень приятно было с вами работать.

– Посмотрите на содержание всех решенных сегодня задач. Что их объединяет? (Задачи на смеси и сплавы)

– Действительно, во всех задачах фигурируют смеси и сплавы; и если вы обратили внимание, задачи касаются разных сторон нашего быта.

– Посмотрите на эти задачи с точки зрения математики. Что их объединяет? (Задачи на проценты). Сделаем **итог:**

- Что нового вы узнали на занятии?
- Можете ли вы решать задачи на растворы?
- Что вы можете сказать о том, как часто встречаются такие задачи в реальной жизни?

Дидактические материалы для тренировки:

1. Сколько нужно взять 10% и 30% растворов марганцовки, чтобы получить 200 г 16% раствора марганцовки?
2. Сколько граммов 35% раствора марганцовки надо добавить к 325 г воды, чтобы концентрация марганцовки в растворе составила 10%?
3. Сколько граммов воды нужно добавить к 5% йодной настойке массой 100г, чтобы концентрация йода уменьшилась до 1%?
4. Требуется приготовить 100г 10%-го раствора нашатырного спирта. Сколько для этого потребуется воды и 25% - го раствора нашатырного спирта?
5. Собрали 8 кг свежих цветков ромашки, влажность которых 85%. После того как цветки высушили, их влажность составила 20%. Чему равна масса цветков ромашки после сушки?
6. Имеется руда из двух пластов с содержанием меди 6% и 11%. Сколько надо взять «бедной» руды, чтобы при смешивании с «богатой» получить 20 т руды с содержанием меди 8%?
7. Имеется два сосуда, содержащие 30 кг и 35 кг раствора кислоты различной концентрации. Если смешать оба раствора, то получится раствор, содержащий 46 % кислоты. Если смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 47% кислоты. Какова концентрация данных растворов?
8. В сосуде объемом 10 л содержится 20%-й раствор соли. Из сосуда вылили 2 л раствора и долили 2 л воды, после чего раствор перемешали. Эту процедуру повторили ещё один раз. Определите концентрацию соли после первой и второй процедуры.